

Una evaluación de los pronósticos de inflación en Colombia bajo el esquema de “inflación objetivo”*

Héctor Mauricio Núñez Amórtegui

Banco de la República, Departamento de Tesorería, Colombia.

Recibido: marzo 2005 – Aprobado: mayo 2005

Resumen. Basado en la importancia de los pronósticos de inflación como objetivos intermedios, este trabajo evalúa los pronósticos de varios modelos de inflación en Colombia durante el período de inflación objetivo (IO). La evaluación se hace a través de tres metodologías estadísticas y muestra que los modelos del precio relativo de los alimentos y el P^* tradicional se desempeñan mejor en términos de precisión durante dicho período. Adicionalmente, se lleva a cabo un *análisis de multiplicadores* sobre estos modelos que señala el efecto que las variables exógenas tienen sobre los pronósticos de inflación en el corto y mediano plazo.

Palabras claves: inflación objetivo, pronósticos de inflación, pruebas para evaluación de pronósticos, análisis de multiplicadores.

Clasificación JEL: C12, C52, E58.

Abstract. Based on the understanding of inflation forecasts as an intermediate policy objective, this paper evaluates forecasts of different inflation models in Colombia during the inflation targeting (IT) period. The evaluation is done using three different statistical methodologies. The results suggest that the best models, in terms of precision, are the Food's Relative Price and the traditional P^* models. Additionally, a multiplier analysis is performed over these models, in which the sensitivity of short and medium term forecasts to shocks in the exogenous variables is assessed.

Key words: inflation targeting, inflation forecast, evaluation forecast tests, multiplier analysis.

JEL classification: C12, C52, E58.

* Este trabajo está basado en la tesis de grado para optar por el título otorgado por la Maestría en Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Colombia. Los resultados y opiniones son responsabilidad exclusiva del autor y no comprometen al Banco de la República ni a su junta Directiva. Se agradecen los valiosos comentarios de Enrique López y Luis Fernando Melo, directores de la tesis, igualmente, los de Salomón Kalmanovitz, Néstor Iván González, Mario Andrés Ramos y dos evaluadores anónimos.

Correo electrónico: hnunezam@banrep.gov.co

1. Introducción

Bajo un esquema de inflación objetivo (IO) los pronósticos de inflación ocupan el papel más importante en la política monetaria, por cuanto le indican a la autoridad la desviación de su objetivo final de inflación y las medidas pertinentes para corregirla; es decir, son el objetivo intermedio. Estos pronósticos deben evaluarse en un momento dado para indicar cuál tiene mejor desempeño frente a los otros y así indagar acerca de las posibles causas de su mayor precisión.

El objetivo principal de este trabajo es evaluar los pronósticos de inflación de algunos modelos mediante diferentes metodologías estadísticas y analizar los alcances de esta evaluación.

Este documento consta de cinco secciones. En la primera sección se argumenta porqué se deben usar los pronósticos de inflación como objetivo intermedio en el esquema de IO; en la segunda se hace una breve revisión de la aplicación de este régimen en Colombia y se estudian algunos modelos teóricos utilizados para pronosticar la inflación y sus correspondientes versiones empíricas; en la tercera se realiza la evaluación estadística de los pronósticos de los modelos estimados en la sección previa; la cuarta explora el alcance de esta evaluación y, finalmente, en la quinta sección se exponen algunas conclusiones y comentarios finales.

2. La política monetaria y sus metas intermedias desde la inflación objetivo¹

La discusión entorno a la meta final de la política monetaria se puede sintetizar en la siguiente función de pérdida del banco central:

$$\min L_t = \frac{1}{2} \left[(\pi_t - \pi^*)^2 + \lambda \left(\frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right)^2 \right] \quad (1)$$

donde $\lambda \in [0,1]$, $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ es la inflación en el período t , π^* es la meta de inflación (sea o no explícita), Y_t es el producto en el período t y Y^* es el producto potencial. Bajo esta función el banco central adoptará un régimen para ponderar λ . Así, determinará si se inclina por una política monetaria más activa ($\lambda = 1$), se concentra exclusivamente en la meta de inflación ($\lambda = 0$) o se ubica en un punto intermedio.

El esquema de política monetaria de IO, basado en una visión donde λ es “más cercano” a cero, ha sido eficaz para lograr la estabilidad y reducción de precios a diferencia de otros regímenes; a la vez, le ha otorgado al banco central cierta discrecionalidad en sus decisiones.

¹ En esta parte se siguió, entre otros, a Svensson (1997), Bernanke et al. (1999) y Bofinger (2001).

2.1. *Inflación objetivo y objetivos intermedios*

2.1.1. *Estructura del proceso de transmisión de la política monetaria*

La política monetaria debe utilizar un indicador parcial que le permite guiar los instrumentos hacia el objetivo de largo plazo. Este indicador corresponde a los objetivos intermedios, los cuales son más cercanos a la meta final sin ser ésta. En este documento el análisis se centra en una evaluación de estos objetivos, que bajo IO son los pronósticos de inflación.

2.1.2. *Inflación objetivo: estructuras y reglas*

La IO supone el anuncio público y el cumplimiento de un objetivo cuantitativo de la inflación para uno o más horizontes² por parte del banco central. Bajo este esquema, la única meta final de la política monetaria es una inflación baja y estable que, si es creíble, actuará como ancla nominal de las expectativas de inflación de los agentes. Dichas expectativas de inflación están soportadas en la credibilidad, transparencia, constante comunicación e independencia del banco central. En consecuencia, la IO llevará a un equilibrio reputacional entre el público y el banco central.

En este punto los pronósticos de inflación justifican la importancia de su papel, pues, con ellos, el banco central mira hacia delante y estima cuál será el desvío de la meta con respecto a la inflación para así tomar las medidas necesarias que le permitan corregir dicha desviación. Sin embargo, el principal problema es la incertidumbre de los pronósticos, por lo que el banco central debe tomar diferentes medidas para disminuirla frente al público. Por ende, entre sus disposiciones está la publicación de un abanico de la distribución de los pronósticos, el cual enfoca al público en un rango y no en un pronóstico exacto.³ Igualmente, una evaluación de los pronósticos se vuelve pieza clave en este proceso.

2.1.3. *Los pronósticos de la inflación como objetivos intermedios*

Los objetivos intermedios, como lo indica Bofinger (2001), deben seguir dos criterios: primero, deben ser susceptibles al control por los objetivos operativos; segundo, deben tener una relación estrecha con la última meta.

² En la práctica se hacen anuncios de metas multianuales que pueden ser un rango o un único valor.

³ Britton et al. (1998) explican detalladamente la construcción de este abanico o “fan charts”, como se conocen en inglés.

La regla explícita bajo la IO consiste en mantener los pronósticos de inflación cercanos a su objetivo de plazo mayor;⁴ sin embargo, a diferencia de otros regímenes, esta meta intermedia no se observa, se infiere. Así, la máxima utilidad de los pronósticos de inflación se enmarca en esta estructura y no en otra, como lo muestra el siguiente modelo.⁵

Partiendo de las variables definidas en la ecuación 1, se tiene el siguiente modelo estructural:

$$\pi_{t+\zeta} = \pi_t + \alpha_1 y_t + \alpha_2 x_t + \varepsilon_{t+\zeta} \quad (2)$$

$$y_{t+\zeta} = \beta_1 y_t - \beta_2 (i_t - \pi_t) + \beta_3 x_t + \eta_{t+\zeta} \quad (3)$$

$$x_{t+\zeta} = \gamma x_t + \theta_{t+\zeta} \quad (4)$$

Donde x_t es la variable exógena, i_t es el instrumento política, por ejemplo, la tasa de interés de corto plazo, y ε_t , η_t y θ_t son i.i.d., con α_1 y $\beta_2 > 0$, α_2 y $\beta_3 \geq 0$, y $0 \leq \beta_1$ y $\gamma < 1$; i_t afecta a π_t con ζ períodos de rezago; es decir, expresa el rezago de la política monetaria. El objetivo del banco central en el período t es elegir una secuencia de $\{i_\tau\}_{\tau=t}^{\infty}$ presentes y futuras que minimicen la expectativa condicional de la inflación a la información hasta t :

$$E \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \delta^{\tau-t} L(\pi_\tau) \mid t \right], \quad (5)$$

donde $0 < \delta < 1$ es el factor de descuento. El problema de optimización del banco central tiene por objeto minimizar su función de pérdida; es decir, la ecuación (1), suponiendo $\lambda = 0$:

$$L(\pi_t) = \frac{1}{2} (\pi_t - \pi^*)^2 \quad (6)$$

Remplazando (3) y (4) en (2) se tiene:

$$\pi_{t+2\zeta} = a_1 \pi_t + a_2 y_t + a_3 x_t - a_4 i_t + (\varepsilon_{t+\zeta} + \alpha_1 \eta_{t+\zeta} + \alpha_2 \theta_{t+\zeta} + \varepsilon_{t+2\zeta}) \quad (7)$$

donde $a_1 = (1 + \alpha_1 \beta_2)$, $a_2 = \alpha_1 (1 + \beta_1)$, $a_3 = (\alpha_2 (1 + \gamma) + \alpha_1 \beta_3)$ y $a_4 = \alpha_1 \beta_2$.

Se encuentra i_t óptimo para el banco central solucionando (5) para $\pi_{t+2\zeta}$ como un problema período por período; es decir:

$$\min_{i_t} E \left[\delta^{2\zeta} L(\pi_{t+2\zeta}) \mid t \right] \quad (8)$$

La condición de primer orden de este problema es:

$$\frac{\partial E \left[\delta^{2\zeta} L(\pi_{t+2\zeta}) \mid t \right]}{\partial i_t} = -\delta^{2\zeta} a_4 (\pi_{t+2\zeta} - \pi^*) = 0 \quad (9)$$

⁴ La regla de la inflación objetivo puede ser interpretada como un objetivo inflación-pronóstico, basado en el canal de demanda agregada, o como un objetivo inflación-expectativas, basado en el canal de expectativas; véase Bofinger (2001).

⁵ Basado completamente en el modelo Svensson (1997).

donde $a_4 = \alpha_1 \beta_2$. A partir de la ecuación (9) se tiene:

$$\pi_{t+2\zeta|t} = \pi^* \quad (10)$$

Es decir, la tasa de interés óptima debe ser fijada de forma tal que el pronóstico del período inmediatamente posterior hasta $\pi_{t+2\zeta|t}$ sea igual al objetivo de inflación π^* . Así, el pronóstico de inflación para $t + 2\zeta$ se considera el objetivo intermedio. Por lo tanto, respecto al objetivo intermedio la función de pérdida del banco central es:

$$L^i(\pi_{t+2\zeta|t}) = \frac{1}{2}(\pi_{t+2\zeta|t} - \pi^*)^2 \quad (11)$$

Entonces, el banco central minimiza la desviación respecto al pronóstico de inflación y no frente a la observada:

$$\min_i L^i(\pi_{t+2\zeta|t}) \quad (12)$$

Por lo tanto, si se fija el pronóstico igual al objetivo la regla implícita o la función de reacción del banco central indica que si hay un desvío de la inflación frente al objetivo (además de cambios en el producto y la variable exógena) debe haber una modificación de la tasa de interés:

$$i_t = \pi_t + b_1(\pi_t - \pi^*) + b_2 y_t + b_3 x_t \quad (13)$$

El banco central debe fijar la tasa de interés para que su pronóstico de inflación sea igual al objetivo para el horizonte de control de rezago (2ζ). De esta manera, el banco central será el responsable del desvío del pronóstico respecto al objetivo y no del desvío con relación a la inflación observada.

Es importante aclarar, como lo señala Svensson (1997), que aunque el instrumento depende de la inflación corriente no quiere decir que sea el objetivo, sino que la inflación presente, el producto y la variable exógena predicen la inflación futura.

Entonces, la desviación de la inflación en $t + 2\zeta$ será:

$$\pi_{t+2\zeta} - \pi_{t+2\zeta|t} = \varepsilon_{t+\zeta} + \alpha_1 \eta_{t+\zeta} + \alpha_2 \theta_{t+\zeta} + \varepsilon_{t+2\zeta} \quad (14)$$

Para el banco central es difícil controlar estas desviaciones, ya que suceden dentro del control del rezago después de que ha elegido el instrumento, pero la elección del pronóstico ayuda a minimizarla.

Según lo anterior, el uso los pronósticos de inflación como objetivo intermedio trae ventajas como ser las variables presentes que tienen mayor correlación con la inflación futura, siempre y cuando minimicen la varianza del error de pronóstico y usen toda la información relevante en el presente de la inflación, el producto y la variable exógena; de la misma forma, son más controlables y fáciles de observar por el banco central que la misma inflación; finalmente, son transparentes y sencillos para el público.

En consecuencia, un amplio portafolio de pronósticos donde se incluya toda la información relevante posible es de gran utilidad para disminuir el riesgo de decisiones equivocadas de política o transmitir información errada al público. Sin embargo,

ante la divergencia que puede presentar dicho portafolio los modelos de pronóstico deben ser evaluados periódicamente y enmarcarse en un modelo central bajo el cual se toman las decisiones.

3. Inflación objetivo y objetivos intermedios en Colombia

En esta sección se exponen algunos modelos utilizados por el Banco de la República (BR) para explicar la inflación en el corto y mediano plazo en Colombia bajo el régimen de IO.

3.1. *Objetivos intermedios en Colombia*

La adopción de la IO en Colombia ha llevado a que los cambios en las tasas de interés que maneja el BR dependan cada vez más de la desviación del pronóstico de inflación respecto a su meta. Sin embargo, aún se mantienen algunos rasgos de un objetivo monetario, por ejemplo, todavía se tiene en cuenta una línea de referencia para la base monetaria.

El BR ha venido desarrollando un completo sistema de pronósticos y análisis de política. La herramienta para realizar esta labor para el largo plazo es el *modelo de mecanismo de transmisión* (MMT). Para el corto y mediano plazo se cuenta con el sistema de pronósticos de inflación propiamente dicho, donde se encuentran los modelos de pronósticos del PIB y de la inflación. Entre los últimos están los siguientes modelos estructurales uniecuacionales: curva de Phillips (véase López y Misas, 1998), escandinavo, precio relativo de los alimentos y dos modelos P^* (véase Misas y Posada, 1995; Misas, López y Melo, 1999). Por otra parte están los modelos econométricos o de series de tiempo: ARIMA para la inflación, ARIMA por grupo (alimento, vivienda, vestuarios y misceláneos), un modelo de regresión no lineal de transición suave (STR, *Smooth Transition Regression*) entre el dinero y la inflación (véase Melo y Jalil, 1999), un modelo no paramétrico (Rodríguez y Siado, 2003), un modelo de redes neuronales (véase Misas, López y Querubín, 2002) y la combinación de pronósticos (véase Castaño y Melo, 1998; Melo y Núñez, 2004).

Cada uno de los anteriores modelos involucra la mayor cantidad de información posible y es aplicada desde diferentes enfoques. Igualmente, se constituyen en la guía en el corto y mediano plazo para la autoridad respecto a la tendencia y el nivel de la inflación.

Conviene subrayar que el pronóstico final de inflación del MMT⁶ se usa en el largo plazo, mientras los modelos mencionados atrás juegan un papel importante en el corto y mediano plazo por tres razones: primero, por sus mejores resultados, se usan a estos

⁶ El pronóstico de inflación del MMT se hace como una combinación convexa de la inflación núcleo y la inflación de alimentos: $\pi_t = (1-0.295)\pi_t^N - 0.295\pi_t^A$; al respecto véase Gómez et al. (2002).

horizontes en lugar de los producidos por el MMT; segundo, algunos de los pronósticos del MMT son usados como insumo para los pronósticos de corto y mediano plazo de los modelos estructurales, lo que muestra la importancia de estos modelos y la información que aportan; finalmente, como lo señalan Gómez et al. (2002), los pronósticos de los modelos estructurales indican el ajuste y la asimetría del *abanico* que publica el BR.

Dada la importancia de los pronósticos se sostiene la tesis que el mejor modelo (respecto a la minimización del error de pronóstico) aportará información importante de manera directa e indirecta en la toma de decisiones respecto al instrumento de política. Así, una evaluación objetiva de los pronósticos de los diferentes modelos y la explicación de las causas de sus mejores pronósticos aportarán al desenvolvimiento de la política monetaria en el corto y mediano plazo.

3.2. Modelos para pronosticar la inflación en el corto y mediano plazo y su aplicación en Colombia

En este aparte se estudiarán dos grupos de modelos. El primer grupo lo conforman cinco modelos estructurales, los cuales comprenden dos modelos monetarios y tres que se explican por factores reales: la curva de Phillips, un modelo “escandinavo” de costos salariales o *mark-up* y un modelo del precio relativo de los alimentos. El segundo grupo lo componen dos modelos econométricos, un modelo de regresión no lineal de transición suave (STR) y un modelo ARIMA; éste es una herramienta útil para pronosticar a horizontes cortos, ya que los pronósticos dependen de sus valores y errores de pronóstico pasados, por lo que será muy fructífero utilizarlo para comprobar la capacidad predictiva de los otros modelos.

A continuación se presenta un breve análisis de cada modelo teórico y sus respectivas estimaciones⁷ (los errores estándar se reportan en paréntesis debajo de cada coeficiente).⁸

3.2.1. Modelos estructurales

Las estimaciones de estos modelos se hacen con series de frecuencia trimestral, desde el primer trimestre de 1980 hasta el segundo de 2003, y se incorporan en algunos modelos *dummies* estacionales: DQ_2 , DQ_3 , DQ_4 . Igualmente, se utilizan *dummies* para distinguir cuatro episodios relacionados con el comportamiento de la serie de la inflación: D1, tendencia creciente de los precios durante el tercer y cuarto trimestre de 1984

⁷ Las formas funcionales corresponden a las estimadas por el BR, sin embargo, las estimaciones son realizadas por el autor, con excepción del modelo no lineal STR.

⁸ Adicionalmente se realizaron las pruebas ADF de raíz unitaria para todas las series utilizadas en este trabajo. Estos resultados no se reportan pero están a disposición del lector interesado.

y primero y segundo de 1985; D2, en el primer y segundo trimestre de 1985 se presentó el mayor crecimiento de la inflación; D3, el segundo trimestre de 1986 fue el punto de inflación más bajo en 1980-1990, el cual se asocia con choques en la oferta de alimentos; D4, se presentó un quiebre estructural gradual durante el primer semestre de 1999, explicado principalmente por la profunda recesión económica de ese período (véase Misas y Melo (2004) para una evidencia empírica). Finalmente, se ha usado como *proxy* para la inflación la primera diferencia del logaritmo natural del IPC ($\Delta LIPC$).

3.2.1.1. Modelos monetarios

La intuición teórica de estos modelos consiste en que los cambios en la inflación son producto de los desequilibrios monetarios; es decir, que la cantidad de dinero sea menor o mayor que su valor de equilibrio.

En esta literatura se han desarrollado los modelos *P estrella* (los precios de largo plazo), los cuales miden el desequilibrio monetario con la brecha del dinero, entendida como la diferencia entre la oferta de dinero y su demanda de largo plazo.

El modelo P^* tradicional parte de la base de la ecuación cuantitativa del dinero, según la cual la diferencia entre los precios de largo plazo (p^*) y los corrientes (P_t) está en función de la brecha de la velocidad del dinero y de la brecha del producto.

$$p^* - p_t = (v^* - v_t) + (y_t - y^*) \quad (15)$$

Sin embargo, como lo señalan Misas et al. (1999), la relación entre precios puede ser muy inestable; es decir, los supuestos de que la velocidad del dinero es estacionaria en el largo plazo y el producto alcance su nivel natural pueden no cumplirse en la práctica, porque existen desequilibrios monetarios que lleven a los agentes a tener un exceso de dinero en ciertos momentos del tiempo.

Algunos autores⁹ solucionan este problema reconstruyendo el agregado monetario, que involucre el cambio en el tiempo de los activos que lo componen y las innovaciones financieras, entre otros. Otra posible solución es construir un VEC (vector de corrección de errores) en el caso que se presente no estacionariedad en la velocidad de circulación del dinero.¹⁰

Misas et al (1999) estiman una función estable de demanda de dinero en lugar de la ecuación cuantitativa, la cual depende del ingreso (y), la tasa de interés (i) y la brecha monetaria (ε_t); ellos encuentran que el cambio en los precios queda en función de una suma ponderada de la brecha del producto, de la brecha de la tasa de interés y la brecha monetaria:

$$p^* - p_t = \varphi_1(y_t - y^*) - \varphi_2(i_t - i^*) + \varepsilon_t \quad (16)$$

⁹ Por ejemplo, Collins y Edwards (1994).

¹⁰ Esta solución ha sido desarrollada, entre otros, por Hendry (1995) para el caso de Canadá y Jonson (1999) para Sudáfrica.

La ecuación (16) es la posible representación del modelo P^* modificado.

Adicionalmente, es importante involucrar en estos modelos un mecanismo de expectativas de inflación hacia adelante; en este caso, se pueden interpretar introduciendo los valores de largo plazo de los precios (p^*). También se pueden sumar expectativas basadas en la información anterior agregando rezagos de la inflación. Así, la inflación (π_t) está en función de:

$$\pi_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_{1i} \pi_{t-i} + \beta_2 (p_{t-1}^* - p_{t-1}) \quad (17)$$

Reemplazando en (17) la brecha de precios por la ecuación (15), se obtiene el modelo P^* tradicional:

$$\pi_t = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_{1i} \pi_{t-i} + \lambda_2 (v_{t-1}^* - v_{t-1}) + \lambda_3 (y_{t-1} - y_{t-1}^*) \quad (18)$$

y reemplazándola por (16) se tiene el modelo P^* modificado:

$$\pi_t = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_{1i} \pi_{t-i} + \lambda_2 (y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \lambda_3 (i_{t-1} - i_{t-1}^*) + \varepsilon_t \quad (19)$$

Misas y Posada (1995) y Misas, López y Melo (1999) desarrollan el modelo P^* tradicional (ecuación 18) para Colombia. Su estimación bajo mínimos cuadrados ordinarios es la siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta LIPC_t = & \lambda_0 + \lambda_1 DQ_2 + \lambda_2 DQ_3 + \lambda_3 DQ_4 + \lambda_4 D2 + \lambda_5 D3 \quad (20) \\ & +0.15 \Delta LIPC_{t-1} + 0.51 \Delta LIPC_{t-4} + 0.29 \Delta LIPC_{t-6} + 0.13 GAPVELM1a_{t-1} \\ & (0.078) \quad (0.085) \quad (0.077) \quad (0.027) \\ & +0.09 GAPHP_{t-1} + \varepsilon_t \\ & (0.076) \end{aligned}$$

$$R^2=0.83, \text{ Estadística LB (rezago 22)} Q = 21.2 \text{ y White términos cruzados} = 0.62 \\ \text{prob. } Q = 0.5 \quad \text{prob. White} = 0.9$$

donde $GAPVELM1a$ es la brecha de la velocidad del dinero fin de período construida con M1 modificado,¹¹ ya que su velocidad es estacionaria y $GAPHP$ es la brecha del producto estimada con el producto potencial construido con el filtro de Hodrick y Prescott.

Por su parte, Misas, López y Melo (1999) superan la dificultad del modelo tradicional estimando el modelo P^* modificado (ecuación 19) a través de un VEC para la función de demanda del agregado monetario. El modelo estimado por mínimos cuadrados es:

¹¹ M1 = efectivo + cuentas corriente, con la parte modificada, que llaman M1A = M1 + ahorros del sector financiero + REPOS reales, éste entendido como las operaciones con pacto de recompra.

$$\begin{aligned} \Delta LIPC_t = & \lambda_0 + \lambda_1 DQ_2 + \lambda_2 DQ_3 + \lambda_3 DQ_4 + \lambda_4 D1 + \lambda_5 D3 & (21) \\ & + 0.47 \Delta LIPC_{t-4} + 0.27 \Delta LIPC_{t-6} + 0.11 GAPIPR_{t-1} + 0.01 P1_t \\ & (0.077) \quad (0.080) \quad (0.028) \quad (0.003) \\ & + 0.01 GAPBF_{t-9} + \varepsilon_t \\ & (0.003) \end{aligned}$$

R^2 0.87, Estadística LB (rezago 22) $Q = 1.09$ y White términos cruzados = 17.05
 prob. $Q = 0.5$ prob. White = 0.7

Donde *GAPBF* es la brecha de la base monetaria fin de período (efectivo + reservas) estimada por medio de un VEC (ver anexo 1 para detalles). *PI* es la brecha de la tasa de interés; Misas et al. (1999) toman como *proxy* una variable de probabilidad de estado de la inflación que refleja las expectativas de inflación basadas en la estructura a plazos de la tasa de interés; Melo y Misas (1997) estiman esta variable a partir de las probabilidades de estado con la metodología *switching* de Hamilton, que permite caracterizar los períodos donde se han producido cambios de régimen de la inflación. *GAPIPR* es la brecha del índice de producción industrial estimada por medio del filtro de Hodrick y Prescott.

3.2.1.2. Curva de Phillips¹²

La relación inversa, encontrada por Phillips (1958) para el Reino Unido y por Samuelson y Solow (1960) para Estados Unidos, entre la tasa de inflación de los salarios nominales y la tasa de desempleo se ha usado en muchas ocasiones como un buen modelo para pronosticar la inflación en el corto y mediano plazo.¹³

Sin embargo, esta relación se ha prestado para diversas críticas, debiendo ser modificada. Primero se le involucraron las expectativas de la inflación como determinante de la inflación (que bajo un mecanismo *adaptativo* corresponden a la inflación del periodo anterior, $\Delta p_t^e = \Delta p_{t-1}$). Bajo esta relación se establece que la tasa de desempleo no afecta la tasa inflación sino su variación, lo que se denominó la *curva de Phillips aceleracionista*.¹⁴

Después de esto se comprobó que existía una tasa natural de desempleo que estaba por fuera de dicha relación; así que se estableció que hay una tasa de desempleo necesaria para mantener constante la inflación (NAIRU). Bajo la ley de Okun, donde se postula que la brecha del producto se relaciona inversamente con la del desempleo, se predeciría que cambios en la brecha del producto lleva a cambios en la inflación.

¹² Esta sección ha seguido a Lopez y Misas (1998) y Blanchard (1997).

¹³ Un ejemplo de esto lo proporcionan Stock y Watson (1999) al mostrar que entre diferentes modelos la curva de Phillips es mejor para pronosticar la inflación de Estados Unidos.

¹⁴ Aporte desarrollado por Friedman (1968).

Gordon (1997), en una aproximación empírica, ha definido la curva de Phillips como un modelo “triangular” de la inflación, ya que depende de tres factores: la inercia inflacionaria, la demanda (d) y la oferta (o):

$$\Delta p_t = \beta_1 \Delta p_{t-1} + \beta_2 d_t + \beta_3 o_t \quad (22)$$

Para el caso colombiano este modelo (ecuación 22) fue desarrollado por López y Misas (1998) y estimado por mínimos cuadrados ordinarios se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \Delta LIPC_t = & \lambda_0 + \lambda_1 DQ_2 + \lambda_2 DQ_3 + \lambda_3 DQ_4 + \lambda_4 D3 \\ & + 0.52 \Delta LIPC_{t-4} + 0.32 \Delta LIPC_{t-6} + 0.17 GAPHP_{t-1} + 0.01 P1_t \\ & (0.080) \quad (0.080) \quad (0.077) \quad (0.004) \\ & + 0.08 \Delta IPM_{t-1} + \varepsilon_t \\ & (0.552) \end{aligned} \quad (23)$$

$$R^2 = 0.81, \text{ Estadística LB (rezago 22) } Q = 15.6 \text{ y White términos cruzados} = 2.83$$

$$\text{prob. } Q = 0.83 \quad \text{prob. White} = 0.01$$

donde $GAPHP$ es la brecha del producto construida con el filtro de Hodrick y Prescott, IPM es el índice de precio de los importados y $P1$ son las expectativas de la inflación estimadas de la misma manera que en el modelo P^* modificado.

3.2.1.3. Modelos Mark-up¹⁵

Bajo estos modelos de costos salariales las firmas fijan sus precios mediante un margen sobre sus costos o *mark-up*, de forma tal que los incrementos en los salarios por encima de los aumentos en la productividad se traducen en mayores precios. De esta manera, los cambios en las tasas de los salarios causan variaciones en la tasa de inflación.

En el modelo desarrollado por Goodfriend (1997) las firmas productoras de bienes bajo competencia monopolística se enfrentan a consumidores que están imperfectamente informados sobre la variación en los precios individuales; entonces, la discontinuidad en las curvas de ingreso marginal resultantes es un rango indeterminado de *mark-up*; en este rango las firmas mantienen sus precios constantes ante cambios en el ingreso y el costo marginal, si el *mark-up* está por fuera del intervalo los precios deben variar.

El *mark-up* (μ) se define como la porción del precio (P) al costo marginal:

$$\mu_t = \frac{P_t}{\left[W_t / \alpha X_t N_t^{\alpha-1} \right]} \quad (24)$$

Donde W son los salarios, N el empleo en horas de trabajo y X el coeficiente de productividad. Brouwer y Ericsson (1995) señalan, para el caso australiano,¹⁶ que en

¹⁵ Este tipo de modelos han sido desarrollados, entre otros, por Goodfriend (1997). Este modelo es aplicado en el BR, pero no tiene un desarrollo teórico para el caso colombiano; sin embargo, se puede adaptar al marco que aquí se presenta.

¹⁶ También incluye el precio de la energía.

una economía abierta los costos también dependen del precio de los importados (P^M), por lo que es necesario involucrarlos en el modelo (expresados en moneda nacional, es decir, con la tasa de cambio, e):

$$p_t = \ln(\mu_t) + \gamma w_t + \delta(e_t + p_t^*) \quad (25)$$

Finalmente, como lo señalan Bailliu et al. (2002), en el corto y mediano plazo pueden existir importantes y persistentes fluctuaciones en el *mark-up* dependiendo de cómo se ajusten los precios ante cambios en los salarios o en los precios de los importados; por esto, es importante involucrar mayor dinámica en el modelo incluyendo la misma inercia inflacionaria y un término de error que captura la relación de largo plazo en (22). Suponiendo el *mark-up* constante o que fluctúa aleatoriamente alrededor de su valor de largo plazo, se tiene:

$$\Delta p_t = \sum_{i=1}^n \phi_i \Delta p_{t-i} + \gamma_1 \Delta w_t + \delta_1 \Delta(e_t + p_t^*) + v_t \quad (26)$$

El BR ha desarrollado este tipo de modelos *mark-up*, siguiendo la tradición “escandinava”; de esta manera, la estimación por mínimos cuadrados presenta los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \Delta LIPC_t = & \lambda_0 + \lambda_1 D2 + \lambda_2 D3 + \lambda_3 D4 \quad (27) \\ & + 0.21 \Delta LIPC_{t-1} + 0.59 \Delta LIPC_{t-4} + 0.2 \Delta LIPC_{t-6} + 0.2 \Delta w_t + 0.07 \Delta w_{t-1} + 0.1 \Delta w_{t-3} \\ & (0.085) \quad (0.089) \quad (0.066) \quad (0.037) \quad (0.025) \quad (0.024) \\ & + 0.05 \Delta LTCR_{t-3} + \varepsilon_t \\ & (0.038) \end{aligned}$$

$$R^2 = 0.83, \text{ Estadística LB (rezago 22) } Q = 7.41 \text{ y White términos cruzados} = 1.25 \\ \text{prob. } Q = 0.5 \quad \text{prob. White} = 0.24$$

Donde w son los salarios reales y $LTCR$ es el logaritmo natural de la tasa de cambio real.

Es preciso enfatizar en que el efecto contemporáneo de la tasa de cambio real no es significativo, mientras el de los salarios sí lo es. Con el propósito de involucrar el efecto dinámico de la última variable sobre los precios se identifican los rezagos 1 y 3; igualmente, para introducir la tasa de cambio real se encuentra que el mejor rezago es el tercero.

3.2.1.4. Modelo del precio relativo de los alimentos

Este tipo de modelo busca pronosticar la inflación basándose en los precios de los alimentos, el cual es el principal determinante a corto plazo y el componente primordial que afecta, en la oferta, al nivel de precios en Colombia.

La relación positiva entre la inflación y los precios relativos fue planteada inicialmente por Glejser (1965). Sin embargo, esta relación se ha enmarcado en una amplia discusión¹⁷ alrededor de si los precios relativos son los que causan la inflación o al

¹⁷ Véase Masoller (1998) y Vernengo (2003).

contrario. En este documento se busca la primera explicación y en la literatura se encuentran dos visiones que la apoyan.

La primera visión es la estructuralista de América Latina, según la cual la inflación tiene sus orígenes en la oferta. Como los precios son calculados con un *mark-up* sobre los costos, entonces, “(...) si un choque real requiere la reducción de un precio relativo el ajuste se produce mediante un aumento del nivel general de precios, manteniéndose constante el precio nominal de los bienes cuyo valor real ha declinado (...)” (Masoller, 1998). Es decir, que ante un cambio en los precios relativos la inflación debe ajustarse.

La otra visión está basada en un modelo de costos de menú de Ball y Mankiw (1995), según el cual es demasiado costoso ajustar los precios. En este modelo las firmas tienen un rango para soportar los choques donde no cambiarán sus precios; sin embargo, cuando hay un aumento en un precio relativo causado por un choque que los deja por fuera de dicho rango, tal alza no se compensa con la caída de los precios en igual medida en otros sectores, sino que disminuyen menos que proporcionalmente, lo que se traduce en un aumento en el promedio del nivel general de precios y su magnitud dependerá de su distribución.

En el caso de los alimentos, que son precios más flexibles, la variación de su precio relativo modificará al nivel general de precios dependiendo de la distribución de este último.

Ambas visiones se prestan para plantear un modelo en que la inflación (π_t) depende de la variación del precio relativo, en este caso de los alimentos (PRA), y de la inflación pasada:

$$\pi_t = \sum_{i=1}^n \lambda_i \pi_{t-i} + \lambda_2 \Delta PRA_t \quad (28)$$

Adicionalmente, se involucra la demanda y un agregado monetario para mejorar los pronósticos de este modelo. La estimación por mínimos cuadrados muestra el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} \Delta LIPC_t = & \lambda_0 + \lambda_1 DQ_2 + \lambda_2 DQ_3 + \lambda_3 DQ_4 + \lambda_4 D2 + \lambda_5 D3 & (29) \\ & +0.25\Delta LIPC_{t-1} + 0.46\Delta LIPC_{t-4} + 0.2\Delta LIPC_{t-6} + 0.41\Delta LPRA_t \\ & (0.077) \quad (0.070) \quad (0.071)(0.071) \\ & +0.17\Delta LPRA_{t-1} + 0.17\Delta LPRA_{t-9} + 0.19GAPHP_t + 0.08\Delta LMI_{t-3} + \varepsilon_t \\ & (0.082) \quad (0.065) \quad (0.062) \quad (0.026) \end{aligned}$$

$$R^2=0.90, \text{ Estadística LB (rezago 22) } Q = 20.1 \text{ y White términos cruzados} = 0.83$$

prob. Q = 0.58 *prob. White = 0.66*

Donde $LPRA$ es el logaritmo natural del precio relativo de los alimentos, $GAPHP$ es la brecha del producto estimada con el filtro de Hodrick y Prescott y LMI es el logaritmo natural de $m1$.

3.2.2. Modelos de series de tiempo

Aunque este tipo de modelos involucren información económica los resultados que muestran no tienen una completa explicación económica, ya que la mayor parte de su metodología está determinada por procedimientos estadísticos.

La muestra para los dos modelos que se presentan a continuación se diferencia con la de los anteriores únicamente en que las series tienen una frecuencia mensual.

3.2.2.1. Modelo de regresión de transición suave (STR). No lineal¹⁸

Este modelo explica la relación dinámica causal entre el dinero y la inflación a través de una relación no lineal. El punto de partida son los modelos autoregresivos de transición suave (STAR), los cuales buscan a través de una función de transición, $F(\cdot)$, explicar el cambio entre dos regímenes extremos. La representación del modelo es:

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} + \left[\beta_0^* + \sum_{i=1}^p \beta_i Y_{t-i} \right] F(Y_{t-d}) + \varepsilon_t \quad (30)$$

Donde Y_{t-d} es la variable de transición y $\varepsilon_t \xrightarrow{iid} N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. La función de transición toma valores entre 0 y 1 y tiene dos posibles versiones: *LSTAR* (basada en la función logística), donde hay diferentes dinámicas locales de regímenes extremos para valores bajos o altos de Y_{t-d} y *ESTAR* (basada en la función exponencial), donde la dinámica local para valores altos o bajos es la misma:

$$LSTAR: F(Y_{t-d}) = (1 + e^{-\gamma(Y_{t-d}-c)})^{-1}$$

$$ESTAR: F(Y_{t-d}) = (1 - e^{-\gamma(Y_{t-d}-c)^2})$$

Donde $\gamma > 0$ indica el grado de no-linealidad y el parámetro c en qué régimen se encuentra. Para este ejercicio se debe incluir la otra variable (X o el dinero). Para esto se usa un modelo de regresión de transición suave (STR) basado en la misma forma de (30):

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \delta_i X_{t-i} + \left[\beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \eta_i X_{t-i} \right] F(Y_{t-d}) + \varepsilon_t \quad (31)$$

Este es el modelo final para explicar la inflación a través del dinero. Melo y Jalil (1999) toman ΔV_M1 (diferencia de la variación de M1) como el agregado, ya que muestra evidencia de no-linealidad al igual que la inflación. Además, demuestran que V_M1 no está cointegrada con la inflación, por lo que se pueden llevar a cabo pruebas de causalidad en un contexto no lineal. Así, muestran que ΔV_M1 causa Granger a la diferencia de la inflación (o $\Delta\pi_t$) y no en sentido contrario.

¹⁸ Este modelo fue desarrollado en Colombia por Jalil y Melo (1999) y se seguirá para esta parte del trabajo.

Cuadro 1. Evaluación de los pronósticos de Inflación²⁴

Horizonte 1						
	RMSE	RMSPE	MAE	MAPE	U-theil	RAE
PRA	1.02	10.50	0.70	7.45	0.66	0.71
P*	1.13	13.62	0.91	10.30	0.74	0.91
STR	1.30	13.86	1.06	11.33	0.85	1.06
P modificado	1.38	15.93	1.17	13.44	0.90	1.17
Escandinavo	1.40	13.77	1.08	10.79	0.92	1.08
ARIMA	1.40	15.05	1.10	11.85	0.92	1.11
CPHIL	1.45	15.74	1.06	11.66	0.95	1.07
Horizonte 2						
	RMSE	RMSPE	MAE	MAPE	U-theil	RAE
PRA	1.39	15.08	1.05	11.51	0.58	0.67
P*	1.68	20.50	1.38	15.90	0.70	0.88
STR	1.89	21.38	1.57	17.42	0.79	1.00
Escandinavo	2.30	22.45	1.72	17.04	0.96	1.09
P Modificado	2.32	27.81	1.88	21.75	0.97	1.19
CPHIL	2.37	25.31	1.71	18.53	0.99	1.09
ARIMA	2.50	26.62	2.05	22.05	1.04	1.30
Horizonte 3						
	RMSE	RMSPE	MAE	MAPE	U-theil	RAE
PRA	1.61	17.90	1.29	14.18	0.48	0.56
P*	2.15	25.35	1.74	19.98	0.64	0.75
STR	2.41	26.48	1.91	20.77	0.72	0.83
Escandinavo	2.95	30.45	2.13	22.19	0.88	0.92
CPHIL	3.13	32.13	2.07	21.76	0.93	0.90
P modificado	3.18	39.38	2.69	31.68	0.95	1.17
ARIMA	3.32	35.22	2.58	28.40	0.99	1.12
Horizonte 4						
	RMSE	RMSPE	MAE	MAPE	U-theil	RAE
PRA	2.38	19.05	1.55	15.19	0.58	0.55
P*	2.72	31.43	2.44	27.66	0.67	0.87
STR	3.18	35.14	2.49	27.12	0.78	0.89
Escandinavo	3.66	38.90	2.69	28.02	0.90	0.96
CPHIL	3.91	40.64	2.47	25.22	0.96	0.88
P modificado	4.07	53.28	3.52	43.12	1.00	1.25
ARIMA	4.25	46.94	3.32	37.08	1.04	1.18

²⁴ Ordenados por RMSE.

Cuadro 2. Prueba tipo Diebold y Mariano a horizonte 4

Incorpora a -->		CPHIL	PRA	PMOD	ARIMA	STR	P*	ESC
CPHIL	DM-stat		1.439	1.082	-0.116	1.299	1.594	1.475
	P_value		0.075	0.140	0.546	0.097	0.056	0.070
PRA	DM-stat	1.116		4.097	0.406	0.949	1.661	0.878
	P_value	0.132		0.000	0.342	0.171	0.048	0.190
PMOD	DM-stat	1.601	2.389		1.713	2.011	1.564	2.045
	P_value	0.055	0.008		0.043	0.022	0.059	0.020
ARIMA	DM-stat	7.014	1.496	2.480		2.159	1.642	3.212
	P_value	0.000	0.067	0.007		0.015	0.050	0.001
STR	DM-stat	0.164	2.507	1.476	-0.548		2.579	-0.705
	P_value	0.435	0.006	0.070	0.708		0.005	0.760
P*	DM-stat	1.036	2.630	2.429	0.562	3.113		1.948
	P_value	0.150	0.004	0.008	0.287	0.001		0.026
ESC	DM-stat	1.462	2.025	1.360	-0.240	1.486	2.306	
	P_value	0.072	0.021	0.087	0.595	0.069	0.011	

Haciendo una intercepción entre las cuatro metodologías para los diferentes horizontes se encuentra el siguiente resultado con suficiente evidencia:

1. Los pronósticos del modelo P^* incorporan a los de la curva de Phillips y a los del modelo ARIMA.
2. Los pronósticos de modelo STR incorporan a los del ARIMA, la curva de Phillips y el escandinavo.
3. Los pronósticos del escandinavo y del precio relativo de los alimentos incorporan al ARIMA.
4. No hay evidencia fuerte para afirmar que los pronósticos de modelos que han dado mejor en la evaluación son incorporados por los de algún otro modelo, pero sí la hay para afirmar que PRA, P^* tradicional y STR incorporan a los pronósticos de otros modelos.

Estos resultados corroboran las medidas de evaluación, principalmente, en el sentido de que casi todos los modelos son mejores que el ARIMA; además, que los pronósticos del modelo de curva de Phillips no son tan buenos como se esperaba.

Finalmente, se van a comparar los pronósticos de los modelos en términos de precisión basándose en contrastes sobre el MSE, es decir, si estadísticamente la diferencia de MSE es menor; de lo contrario, no se puede decir que un modelo sea mejor que otro en términos de sus errores de pronóstico. En este documento se aplican tres pruebas: la de Morgan, Granger y Newbold (1977) y dos contrastes tipo Diebold y Mariano (1995) (véase anexo 4). Los resultados (véase cuadro 3),²⁵ bajo la hipótesis nula (H_0) de que los modelos tienen igual precisión, muestran lo siguiente:

²⁵ *Ibid.*

1. La superioridad de los modelos PRA y P^* es estadísticamente válida con evidencia para todos los horizontes.
2. No se puede rechazar H_0 cuando se enfrentan los otros modelos contra PRA y P^* .
3. Se destaca la superioridad absoluta del modelo STR sobre el modelo ARIMA y a horizontes 3 y 4 sobre otros modelos.
4. Efectivamente, casi todos los modelos son superiores al ARIMA en todos los horizontes.

Cuadro 3. Prueba de reducción de RMSE de Morgan, Granger y Newbold a horizonte 4

		CPHIL	PRA	PMOD	ARIMA	STR	P^*	ESC
CPHIL	S2-stat		1.441	-0.599	-1.491	1.022	1.175	-0.298
	P_value		0.918	0.278	0.075	0.841	0.873	0.384
PRA	S2-stat	-1.441		-2.052	-2.492	-0.868	-0.374	-1.551
	P_value	0.082		0.026	0.011	0.197	0.356	0.068
PMOD	S2-stat	0.599	2.052		-0.206	1.110	1.624	0.434
	P_value	0.722	0.974		0.419	0.860	0.940	0.666
ARIMA	S2-stat	1.491	2.492	0.206		2.594	2.141	1.422
	P_value	0.925	0.989	0.581		0.992	0.978	0.915
STR	S2-stat	-1.022	0.868	-1.110	-2.594		0.513	-2.193
	P_value	0.159	0.803	0.140	0.008		0.693	0.020
P^*	S2-stat	-1.175	0.374	-1.624	-2.141	-0.513		-1.203
	P_value	0.127	0.644	0.060	0.022	0.307		0.121
ESC	S2-stat	0.298	1.551	-0.434	-1.422	2.193	1.203	
	P_value	0.616	0.932	0.334	0.085	0.980	0.879	

5. Alcance de los resultados de la evaluación

Según la evaluación realizada en la sección anterior el modelo del precio relativo de los alimentos (ecuación 29) y el modelo P^* tradicional (ecuación 20)²⁶ tienen mejor desempeño en términos de pronósticos con respecto a los demás.

El modelo del precio relativo de los alimentos indica que un aumento en esta variable, sea por mantener constante su precio nominal o porque este aumento no se compensa proporcionalmente con la caída de los precios en otro sector, lleva a un incremento del nivel general de precios. En el caso colombiano la variación del IPC está explicada en una gran proporción por la variación en el precio de los alimentos y, así mismo, su precio relativo está influyendo significativamente sobre el nivel general de precios, por lo menos en el corto plazo. Avella (2001) afirma que “la variabilidad que ha tenido la inflación en los últimos veinte años, se ha debido en gran medida a los choques de oferta, a los que está sujeto el sector agrícola del país”. Esta afirmación lleva a intuir que

²⁶ En menor medida, también es superior el modelo STR (ecuación 31).

el efecto del choque de la oferta sobre la inflación es más duradero, particularmente sobre su crecimiento.

El modelo P^* tradicional indica que ante un desequilibrio monetario la inflación aumenta para que el nivel de precios retorne al equilibrio consistente con el cambio monetario, siempre y cuando se guarde coherencia entre la brecha de la velocidad del dinero y la brecha del producto para no generar presiones inflacionarias.

Por lo anterior, se espera que los pronósticos de estos modelos sean mejores, porque sus variables explicativas han tenido una fuerte relación con el comportamiento de la inflación en el período de análisis. Así mismo, se puede observar que los dos modelos incluyen una relación con los medios de pago M1 (su crecimiento y la brecha de su velocidad), una medida de la brecha del producto, y el modelo del Precio Relativo de los Alimentos incluye a PRA como la variable clave.

Si la evaluación se hace para el período anterior a la adopción propiamente de la IO (1991-1998) los mejores modelos que pronostican la inflación son el P^* modificado y el escandinavo; es decir, se tendrían otros factores para explicar los pronósticos. Por un lado, también sugiere a un agregado monetario, en este caso la brecha de la base monetaria, pero se diferencia del período IO en las variables de salarios y tasa de cambio.²⁷

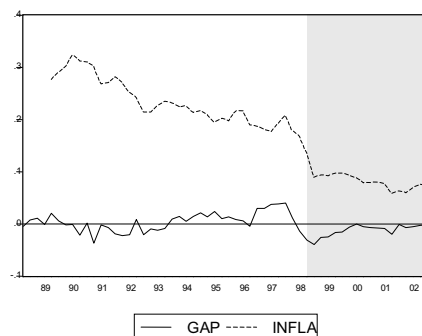
Ahora, es importante analizar porqué las variables M1, GAP y PRA son relevantes en el momento de explicar la inflación y sus pronósticos en el período de IO. Su relación con la inflación en el período 1999-2003 se muestra en el gráfico 1 (zona sombreada).

Como antes se mencionó, bajo una estrategia de IO la autoridad debe mantener la coherencia entre la brecha del producto y los agregados monetarios, entre otras cosas. Supuestamente, como el producto observado se encuentra por debajo de su potencial un crecimiento en los agregados no producirá presiones inflacionarias. Sin embargo, como lo muestran López y Misas (1998) para el caso colombiano, cuando el GAP negativo se está cerrando se espera un efecto inflacionario, situación que puede coincidir con el período analizado.

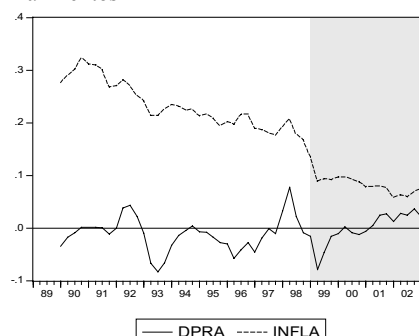
En el gráfico 1 se observa que M1 está creciendo por encima de la inflación y que la brecha de su velocidad tiene una tendencia creciente en los últimos años. Ambas situaciones pueden presionar a la inflación, lo que a su vez explicaría bien a los pronósticos en el período analizado.

²⁷ Esos factores sí podrían ser útiles en el período IO, sólo que por la forma en que se involucran en su estimación no generaron mejores pronósticos (aunque los resultados no se reportan están a disposición del lector interesado).

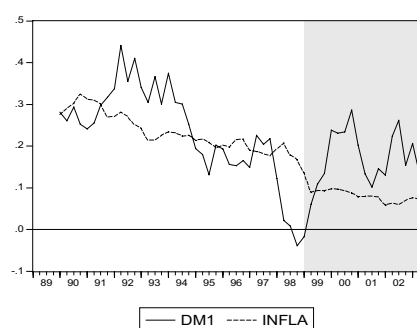
a. Brecha del producto



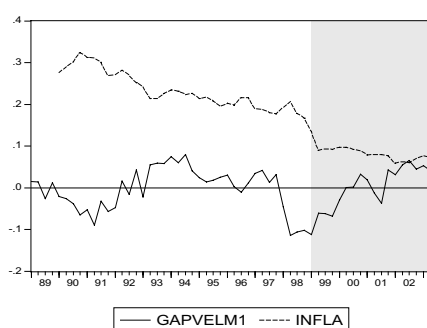
b. Crecimiento del precio relativo de los alimentos



c. Crecimiento de M1



d. Brecha de la velocidad de M1

**Gráfico 1.** La inflación y algunos de sus determinantes

La tercera variable es la variación del precio relativo de los alimentos. Antes del período analizado el crecimiento de esta variable se mantuvo alrededor de cero mientras la inflación caía y en los últimos años la inflación disminuye su velocidad de variación mientras la tendencia del precio relativo ha tardado más en retornar a cero.

Es de esperar que el efecto de la política monetaria lleve a que la inflación en el corto y mediano plazo se explique más por variables como el *PRA*, ya que la autoridad no puede controlar los choques de la oferta. Más allá de este plazo el efecto de los choques de esta variable debe ser mínimo, en parte porque las expectativas de inflación de los agentes no deben estar influenciadas por este tipo choques transitorios.

Este corto análisis indica algunas relaciones entre estas variables y la inflación; sin embargo, es interesante cuantificar dicha relación. Para este caso se ha usado el *análisis de multiplicadores*, el cual, como señala Lutkepohl (1993), indica el impacto marginal en la variable endógena por un cambio en una exógena²⁸ (en el anexo se presenta una breve explicación de esta metodología). El análisis se hace usando los modelos

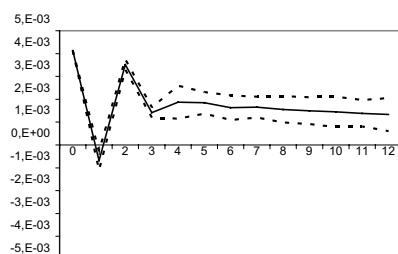
²⁸ Los intervalos de confianza se construyen al 95% de confianza.

estimados para la evaluación del precio relativo de los alimentos (ecuación 29) y P^* tradicional (ecuación 20).

Adicionalmente, se compara lo que sucede en un período largo que no se caracterice por un único régimen de política con un período donde se esté más cerca a un régimen de IO. Para esto se hace el *análisis de multiplicadores*, estimando los modelos con la muestra 1980-2003 y una submuestra 1991-2003 respectivamente. El choque es de un 1% sobre la variable de interés en niveles (para el GAP de -1%), lo cual es factible suponiendo que las variables se mantengan en el promedio de los últimos cinco años.

Un choque transitorio del 1% en PRA (gráfico 2) en el modelo del precio relativo de los alimentos muestra un impacto inicial positivo fuerte sobre la inflación trimestral. El efecto en el periodo 1980-2003 (panel 2a) sólo disminuye en el primer rezago, en adelante es significativamente positivo. El impacto en el período con IO (panel 2b) es de magnitud menor al sin un único régimen, mostrando que el primer rezago no es significativo, en adelante disminuye paulatinamente y a horizontes mayores o iguales a 12 trimestres no es significativo.

a. 1980-2003



b. 1991-2003

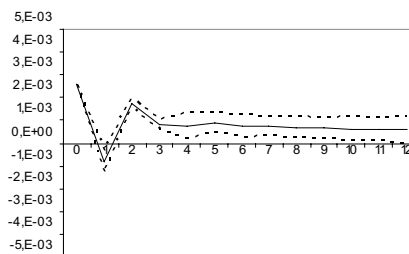
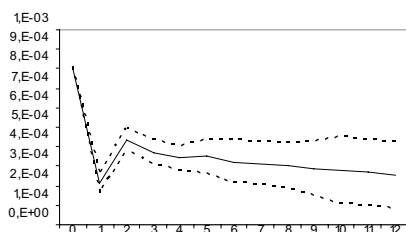


Gráfico 2. Respuesta de la inflación a un choque de 1% en PRA . Modelo del precio relativo de los alimentos

Un choque transitorio de 1% en $M1$ y la brecha de su velocidad indican (gráfico 3 y 4) que en el período 1980-2003 (panel 4a) el efecto sobre la inflación trimestral es bastante alto en el horizonte inicial, en adelante es de menor magnitud, pero positivo, y a partir del quinto rezago disminuye lentamente. Con IO (panel b) el impacto es menor y no es significativo después del rezago 10. Por su parte, la brecha de la velocidad de $M1$ (panel 4a y 4b) muestra un efecto similar al del agregado en niveles.

a. 1980-2003



b. 1991-2003

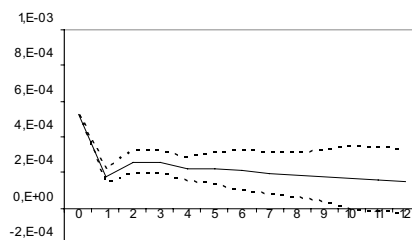
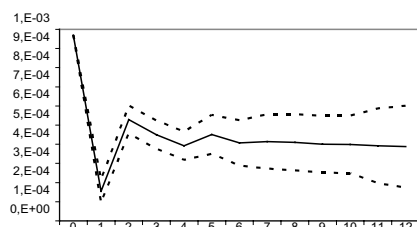


Gráfico 3. Respuesta de la inflación a un choque de 1% en M1. Modelo del precio relativo de los alimentos

Finalmente, ante un choque transitorio de -1% en la brecha del producto la inflación trimestral reacciona (gráficos 5 y 6) con un efecto inicial fuerte a la baja en los dos períodos de análisis y en ambos modelos, aunque en el modelo P^* es menor. El efecto se puede considerar simétrico al impacto del choque positivo sobre M1. Con IO (panel b) a partir del rezago 8 el impacto es cercano a cero.

a. 1980-2003



b. 1991-2003

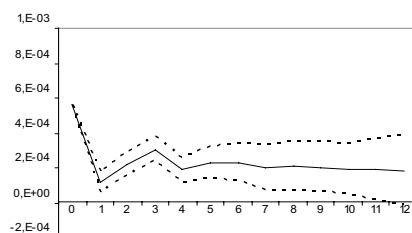
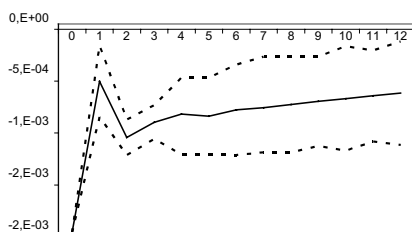


Gráfico 4. Respuesta de la inflación a un choque de 1% en la brecha de la velocidad de M1. Modelo P^* tradicional

a. 1980-2003



b. 1991-2003

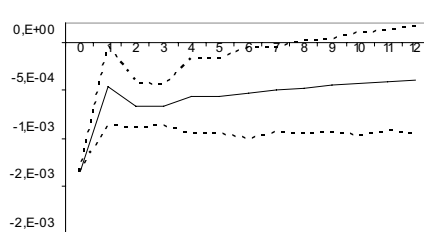
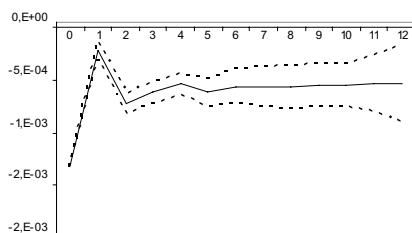


Gráfico 5. Respuesta de la inflación a un choque de -1% en la brecha del producto. Modelo del precio relativo de los alimentos

a. 1980-2003



b. 1991-2003

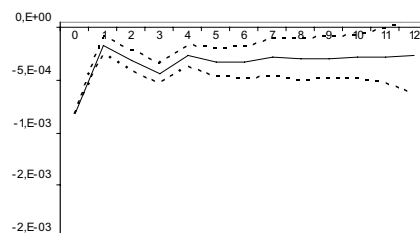


Gráfico 6. Respuesta de la inflación a un choque de -1% en la brecha del producto.
Modelo P^* tradicional

De lo anterior se concluye que los choques iniciales son consistentes con lo que se esperaba por los modelos estimados de la sección 3. La variación del PRA , correspondiente a una variable de la oferta, tiene un impacto permanente sobre los precios y relativamente fuerte en los primeros horizontes, por lo que es una variable importante para explicar la inflación y sus pronósticos de corto y mediano plazo. Esto se debe a la importancia que tiene el precio de estos bienes en el nivel general de precios. La magnitud del efecto en el período inicial se debe a que los choques de la oferta de alimentos son muy fuertes, pero transitorios.

No obstante lo anterior, el impacto de PRA sobre la inflación en el período con IO desaparece más rápido y sólo es fuerte en el período inicial, lo que puede señalar el aumento de la credibilidad en la política monetaria. A pesar de esto, se debe hacer un constante seguimiento al PRA y una amplia difusión sobre su comportamiento y las posibles causas de su variación, ya que “(...) su variabilidad distorsiona las señales que reciben los consumidores acerca del mercado (...)” (Echeverry et al., 1997), afectando las expectativas de inflación de todos los agentes.

Por otra parte, el agregado monetario ($M1$) es una variable importante para explicar la inflación y sus pronósticos en el corto y mediano plazo, ya que el efecto inicial sobre la inflación de un choque transitorio es alto y duradero en el período 1980-2003. Por el contrario, en el período con IO su efecto inicial disminuye más rápido, situación que es coherente en un escenario con una brecha del producto negativa.

Como se mostró, el efecto de un choque negativo sobre la brecha del producto parece simétrico al de $M1$, lo que indica que sí hay una coherencia entre ambas variables para que no conduzcan a presiones inflacionarias. Sin embargo, la magnitud de sus efectos iniciales los hace explicar bien a la inflación y los pronósticos de los modelos PRA y P^* en el corto y mediano plazo.

En definitiva, las tres variables analizadas en esta sección son importantes para explicar la inflación y sus pronósticos en el corto y mediano plazo. De las tres, el precio relativo de los alimentos es la que tiene un impacto más fuerte sobre la inflación, mientras $M1$ y la brecha del producto tienen un efecto menor y se pueden considerar simétricos.

6. Conclusiones y comentarios finales

La inflación objetivo, después de obtener buenos resultados en diferentes países y por algunos requerimientos de la economía, fue adoptada por el Banco de la República como el régimen de política monetaria en Colombia a partir de 1999.

Un esquema de inflación objetivo tiene como meta conseguir una inflación baja y estable, donde sus objetivos intermedios indican qué tan cerca se está de cumplirla. El objetivo intermedio óptimo lo constituyen los pronósticos de inflación de largo, mediano y corto plazo, porque son la variable presente que tiene mayor correlación con la inflación futura.

En este documento se estudiaron y evaluaron siete modelos para pronosticar la inflación en el mediano y corto plazo, de los cuales cinco son formas estructurales de modelos teóricos: dos modelos monetarios (P^*), una curva de Phillips, un modelo “escandinavo” de costos laborales (*mark-up*) y un modelo del precio relativo de los alimentos; los otros dos modelos son de series de tiempo, uno no-lineal (STR) y un modelo ARIMA.

Los resultados de esta evaluación mostraron que el mejor desempeño de los pronósticos en el período 1998-2003 lo presentan los modelos del precio relativo de los alimentos y el P^* tradicional. Lo anterior se sustenta en que los pronósticos de estos modelos no son incorporados por los otros y sus errores de pronóstico son en promedio significativamente menores a los demás.

Una posible explicación para que estos modelos presenten mejores pronósticos en este período se debe a que involucran tres variables importantes: M1, la brecha del producto y el precio relativo de los alimentos. El comportamiento de M1 está en una etapa donde puede explicar de manera acertada los pronósticos de la inflación en el corto y mediano plazo. Las otras dos variables dan razón de los factores de la demanda y oferta, las cuales afectan directamente a la inflación y a sus pronósticos en el corto y mediano plazo.

Finalmente, se realizó un ejercicio de *análisis de multiplicadores*, válido en el marco uniecuacional de este trabajo. En este análisis se encuentra evidencia para afirmar que un choque a cada una de las tres variables tiene un impacto inicial (cuatro primeros horizontes) importante sobre la inflación, de forma que explican bien sus pronósticos a estos horizontes. También se evidenció que la variable del precio relativo de los alimentos da explicación de la inflación sólo en el corto plazo; para horizontes mayores pierde importancia, lo que muestra de alguna forma el aumento de la credibilidad en la política monetaria actual. Igualmente, se destaca el efecto simétrico de M1 y la brecha del producto sobre la inflación.

No obstante lo anterior, se identifican algunas limitaciones en esta evaluación, como no involucrar más modelos u otras versiones de los que aquí se presentan, dejar por fuera otras variables importantes en la explicación de la inflación; igualmente, es

cuestionable el no indagar sobre otra posible explicación de las implicaciones de la evaluación y no realizar una evaluación completamente fuera de muestra.

En conclusión, la evaluación de los diferentes modelos para pronosticar la inflación se constituye en una herramienta importante dentro de la estrategia de inflación objetivo, siempre y cuando se hagan de una manera permanente y cada vez se involucren más modelos que contengan más información, de forma que la autoridad monetaria pueda tomar las decisiones con la mayor cantidad de información posible para cumplir su meta final de inflación.

Referencias

- Arango, L. (1999). "Componentes no observados de la inflación en Colombia". *Revista de Economía del Rosario* 2, 161-184.
- Armstrong, J. S., Collopy, F. (1992). "Error Measures for Generalizing About Forecasting Methods: Empirical Comparisons". *International Journal of Forecasting* 8, 69-80.
- Avella, R. (2001). "Efecto de las sequías sobre la inflación en Colombia". *Borradores de Economía* 183, Banco de la República.
- Bailliu, J., Garcés, D., Kruger, M., Messmacher, M. (2002). "Explaining and Forecasting Inflation in Emerging Markets: The case of Mexico". *Research Collaboration Program between the Bank of Canada and the Banco de México*.
- Ball, L., Mankiw, N. G. (1995). "Relative Price Changes as Aggregate Supply Shocks". *Quarterly Journal of Economics* 110, 161-93.
- Blanchard, O. (1997). *Macroeconomics*. Prentice Hall. London.
- Bernanke, B., Laubach, T., Mishkin, F., Posen, A. (1999). *Inflation Targeting. Lessons from the International Experience*. Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Bofinger, P. (2001). *Monetary Policy. Goals, Institutions and Instruments*. Oxford University Press.
- Britton, E., Fisher, P., Whitley, J. (1998). The Inflation Report projections: understanding the fan chart. Bank of England Quarterly Bulletin 38, 30-37.
- Castaño, V., Melo, L. F. (1998). "Métodos de combinación de pronósticos: una aplicación a la inflación colombiana". *Borradores de Economía* 109, Banco de la República.
- Collins, S., Edwards, C. (1994). "An Alternative Monetary Aggregate: M2 Plus Households Holdings of Bond and Equity Mutual Funds". *Review of Federal Reserve Bank of Saint Louis*. November-December, 7-30.
- Diebold, F., Mariano, R. (1995). "Comparing Predictive Accuracy". *Journal of Business and Economic Statistics* 13(3), 253-263.
- Echeverry, J., Eslava, M. (1997). "Notas sobre la tasa de interés y la inflación en Colombia". *Borradores de Economía* 78. Banco de la República.
- Fair, R., Shiller, R. (1989). "The Informational Context of ex ante Forecasts". *The Review of Economics and Statistics* 71, 325-331.

Rev. Econ. Ros. Bogotá (Colombia) 8 (2): 151-185, diciembre de 2005

- Fair, R., Shiller, R. (1990). "Comparing Information in Forecast from Econometrics Models". *The American Economic Review* 80, 375-389.
- Friedman, M. (1968). "The Role of Monetary Policy". *American Economic Review* 58, 1-17.
- Glejser, H. (1965). "Inflation, Productivity and Relative Prices: A Statistical Survey". *Review of Economics and Statistics* 47, 761-780.
- Gómez, J., Uribe, J. D., Vargas, H. (2002). "The implementation of Inflation Targeting in Colombia". *Borradores de Economía* 202, Banco de la República.
- Goodfriend, M. (1997) "A framework for the analysis of moderate inflations". *Federal Reserve Bank of Richmond*. Working Paper, 97-4.
- Gordon, R.J. (1997). "The Time-Varying NAIRU and its Implications for Economic Policy". *Journal of Economic Perspectives* 11(1), 11-32.
- Gourieroux, C., Monfort, A. (1997). *Time Series and Dynamic Models*. Cambridge University Press.
- Granger C., Teräsvirta T. (1993). *Modeling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford University Press.
- Harvey, D., Leybourne S., Newbold, P. (1997). "Testing the Equality of Mean Squared Errors". *International Journal of Forecasting* 13, 281-291.
- Harvey, D., Leybourne, S., Newbold, P. (1998). "Tests for Forecast Encompassing". *Journal of Business and Economic Statistics* 16(2), 254-259.
- Hendry, S. (1995). "Long-Run Demand for M1". Bank of Canada. Working Paper, 11.
- Jalil, M., Melo, L. F. (1999). "Una relación no lineal entre inflación y los medios de pago". *Borradores de Economía*, Banco de la República.
- Johansen, S. (1994). "The role of the Constant and Linear Terms in Cointegration Analysis of Nonstationary Variables". *Econometrics Review* 13, 205-229.
- Johansen, S. (1995). *Likelihood-based inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*. Oxford University Press.
- Jonsson, G. (1999). "Inflation, Money Demand, and Purchasing Power Parity in South Africa". IMF. Working Paper, 122.
- López, E.; Misas M. (1998). "Un examen empírico de la curva de Phillips en Colombia". *Revista Ensayos sobre Política Económica* 34, Banco de la República.
- Lutkepohl, H. (1993). *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Second Edition. Springer-Verlag.
- Masoller, A. (1998). "Fluctuaciones de precios relativos y caída de la inflación: la evidencia uruguaya". *Documento presentado en el IV Encuentro de la Red de Investigadores de Bancos Centrales del Continente Americano*. CEMLA.
- Melo, L. F.; Misas, M. (1997). "Análisis del comportamiento de la inflación trimestral en Colombia bajo cambios de régimen: una evidencia a través del modelo *switching* de Hamilton". *Borradores de Economía* 83, Banco de la República.

- Melo, L. F., Misas, M. (2004). “Modelos estructurales de inflación en Colombia. Estimación a través de mínimos cuadrados flexibles”. *Borradores de Economía* 283, Banco de la República.
- Melo, L. F., Misas, M., López, E. (1999). “La inflación desde una perspectiva monetaria: un modelo P^* para Colombia”. *Revista Ensayos sobre Política Económica* 35, Banco de la República.
- Melo, L. F., Núñez, H. (2004). “Combinación de pronósticos en presencia de cambios estructurales”. *Borradores de Economía* 286, Banco de la República.
- Misas, M., Posada, C. (1995). “ P^* en Colombia un punto de vista sobre la inflación”. *Borradores de Economía* 199, Banco de la República.
- Misas, M., López, E., Querubín, P. (2002). “La inflación en Colombia: una aproximación desde las redes neuronales”. *Borradores de Economía* 16, Banco de la República.
- Núñez, H. (2004). Una evaluación de los pronósticos de inflación en Colombia. Tesis de grado. Maestría en Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Colombia.
- Phillips, A. W. (1958). “The Relationship between Unemployment and the Rate of Change of Money Wages in the United Kingdom, 1861-1957”. *Economica* 25, 283-299.
- Rodríguez, N., Siado, P. (2003). “Un modelo no paramétrico de la inflación colombiana”. *Borradores de Economía* 248, Banco de la República.
- Samuelson, P., Solow, R. (1960). “Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy”. *American Economic Review* 50, 177-194.
- Stock, J., Watson, M. (1999). Forecasting Inflation. National Bureau of Economic Research. Working Paper, 7023.
- Svensson, L. (1997). Inflation Forecast Targeting: Implementing and Monitoring Inflation Targets. NBER Working Papers. Working Paper, 5797.
- Vernengo, M. (2003). Balance of Payments Constraint and Inflation. University of UTA. Working Paper 06.

Anexo 1. Análisis de cointegración para la brecha monetaria del modelo P*(GAPBF).*Prueba de cointegración*

Misas, López y Melo (1999), siguiendo a Johansen (1994), buscan la elección del vector de cointegración en el modelo que tiene tendencia (t) dentro del vector de cointegración.

Sistema: $\{LBASE, LIPC, LIPR, TCDT, t\}$

r	Prueba de cointegración				
	Max. valor propio	Valor crítico (1%)	Traza	Trazacmp	Valor crítico (1%)
Ninguno	67.01	36.65	102.86	85.71	70.05
Al menos 1	27.82	30.34	35.852	29.87	48.45
Al menos 2	4.856	23.65	8.025	6.68	30.45
Al menos 3	3.169	16.26	3.169	2.64	16.26

Como se puede observar el test del máximo valor propio se acepta a un nivel de significancia del 1% y el de la traza acepta que existe un solo vector de cointegración, la misma evidencia se da con el test de la traza haciendo corrección por muestra pequeña (trazacmp) sugerida por Reinsel y Ahn (1992).²⁹

Vector de cointegración

El vector estimado es el siguiente:

	<i>LBASE</i>	<i>LIPC</i>	<i>LIPR</i>	<i>CDT</i>	<i>t</i>
Beta	1.000	-0.967	-5.730	0.011	0.045

Pruebas de exclusión, estacionariedad y exogeneidad débil

	Exclusión	Estacionariedad	Exogeneidad débil
CHISQ_crítico	2.71	9.49	2.71
LBASE	12.60	72.11	32.76
LIPC	2.81	70.94	37.00
LIPR	50.87	81.37	7.99
CDT	4.26	54.71	3.31
TENDENCIA	3.32		

Examinando un vector de cointegración se puede observar que ninguna variable a una confianza del 90% está excluida del sistema. Se observa también que las variables son I(1) y que hay evidencia para rechazar la hipótesis de exogeneidad sobre LBASE.

²⁹ Tomado de Johansen (1995).

Estimación de la brecha monetaria, con el agregado base fin de período

Finalmente, la ecuación para estimar la brecha de la base se plantea de la siguiente forma:

$$\text{Gapbasef} = (1 * \text{lbasef}) - (-0.9669 * \text{lipc}) - (5.729611 * \text{lipr}) + (0.011218 * \text{cdt}) + (0.044543 * \text{tendencia})$$

Anexo 2. Estimación del modelo STRModelo *STR*

Variable dependiente: d(inflación)				
Variable de transición: d(inflación){18}				
Método: LSTR				
Muestra: 1985:2 2003:6, serie mensual				
Observaciones incluidas: 221				
Variable	Coefficiente	Std. error		
gamma	2.489	0.537		
c	0.803	0.158		
	Lineal		No lineal	
Variable	Coefficiente	Std. error	Coefficiente	Std. error
Constante	-0.191	0.069	0.560	0.299
d8505	3.192	0.532	-	-
d9001	0.804	0.510	-	-
d9902	-1.770	0.514	-	-
d(inflación){1}	0.361	0.047	-	-
d(inflación){3}	0.183	0.069	-0.506	0.136
d(inflación){4}	-0.158	0.049	-	-
d(inflación){6}	-0.121	0.051	-	-
d(inflación){7}	0.128	0.051	-	-
d(inflación){9}	0.102	0.038	-	-
d(inflación){12}	-0.466	0.048	-0.838	0.221
d(inflación){13}	0.243	0.048	-	-
d(inflación){15}	0.090	0.045	-	-
d(inflación){16}	-	-	-0.629	0.159
d(inflación){18}	0.215	0.075	-	-
d(inflación){19}	0.191	0.049	-	-
d(inflación){20}	-	-	-0.260	0.087
d(inflación){24}	-	-	-0.811	0.161
d(V_M1){2}	-	-	-0.048	0.034
d(V_M1){5}	0.023	0.013	-0.242	0.085
d(V_M1){7}	-	-	-0.141	0.042
d(V_M1){8}	0.026	0.010	-	-
d(V_M1){9}	-	-	0.123	0.034
d(V_M1){11}	-0.340	0.016	0.304	0.072
d(V_M1){13}	-	-	0.112	0.044
d(V_M1){16}	0.018	0.014	-0.168	0.057
d(V_M1){17}	-	-	-0.179	0.056
d(V_M1){23}	-	-	-0.173	0.056

Anexo 3. Pruebas de *abarcamiento*

Contraste de “abarcamiento” de Fair y Shiller

Fair y Shiller (1989 y 1990) desarrollan la prueba de *abarcamiento* para series integradas de orden uno, y se aplica sobre cada par de series.

Entonces, si se tiene la siguiente ecuación de regresión, siguiendo a Castaño y Melo (1998),

$$(Y_t - Y_{t-h}) = \beta_0 + \beta_1 (f_{it-h}^1 - Y_{t-h}) + \beta_2 (f_{it-h}^2 - Y_{t-h}) + \varepsilon_t$$

La inclusión del intercepto facilita la corrección de sesgo y evaluar pronósticos sesgados.

Para que el modelo 1 (f_{it-h}^1) abarque al modelo 2 (f_{it-h}^2) se debe realizar una prueba de hipótesis conjunta para comprobar que el vector $(\beta_0, \beta_1, \beta_2) = (0, 1, 0)$, si es el caso contrario se debe dar $(\beta_0, \beta_1, \beta_2) = (0, 0, 1)$; en cualquier otro caso se afirma que ningún modelo abarca al otro y que ambos contienen información independiente relevante sobre Y_t .

Contraste de “abarcamiento” de Harvey, Leybourne y Newbold

Harvey, Leybourne y Newbold (1998) proponen varias pruebas de *abarcamiento* partiendo de los errores de pronóstico individuales del modelo j , $e_t^j = Y_t - f_{it-h}^j$ con $j = 1, 2$. Entonces, se puede escribir la combinación de dos pronósticos de la siguiente forma:

$$e_t^1 = \lambda(e_t^1 - e_t^2) + \varepsilon_t$$

Si se prueba la hipótesis nula que $\lambda = 0$ se puede decir que el pronóstico 1 “encompasa” al pronóstico 2. Sin embargo, los autores proponen unos contrastes robustos para pronósticos h -pasos adelante, si se parte de $D = M^{-2}Q$, donde $M = E[(e_t^1 - e_t^2)^2]$ y $Q = \text{var}[n^{-1/2} \sum (e_t^1 - e_t^2) \varepsilon_t]$.

Se puede construir la estadística para probar la hipótesis nula de *abarcamiento* $R = \hat{D}^{-1/2} n^{1/2} \hat{\lambda}$ donde k es el número de observaciones.

Así, los autores, siguiendo la metodología de Diebold y Mariano (1995), hacen un contraste robusto para esta prueba; entonces, partiendo de un estimador de Q ,

$\hat{Q}_1 = n^{-1} \sum_{\tau=-(h-1)}^{h-1} \sum_{t=|\tau|+1}^n (e_t^1 - e_t^2) \times \hat{\varepsilon}_t (e_{t-|\tau|}^1 - e_{t-|\tau|}^2) \hat{\varepsilon}_{t-|\tau|}$, se tiene la estadística que es un estimador de R : $R_1 = n^{-1/2} \hat{Q}_1^{-1/2} \sum (e_t^1 - e_t^2)^2 \hat{\lambda} = n^{1/2} \hat{Q}_1^{-1/2} \bar{d}$, donde \bar{d} es la media muestral de $d_t = (e_t^1 - e_t^2) e_t^1$.

Igualmente, construyen otra estadística R_2 basada en R_1 , sólo que Q_1 es reemplazada por $\hat{Q}_2 = n^{-1} \sum_{\tau=-(h-1)}^{h-1} \sum_{t=|\tau|+1}^n d_t d_{t-|\tau|}$

Los autores, siguiendo a Diebold y Mariano (1995), también construyen una estadística, DM, basada en R_2 , pero en lugar de Q_2 se usa

$$\hat{Q}_3 = n^{-1} \sum_{\tau=-(h-1)}^{h-1} \sum_{t=|\tau|+1}^n (d_t - \bar{d})(d_{t-|\tau|} - \bar{d})$$

Finalmente, proponen una modificación a la estadística DM, siguiendo a Harvey, Leybourne y Newbold (1997),

$$MDM = n^{-1/2} [n+1-2h+n^{-1}h(h-1)]^{1/2} DM$$

La estadística DM se distribuye con una normal, las otras tres se distribuyen con una t con $n-1$ grados de libertad.

Anexo 4. Pruebas de reducción significativa del error cuadrático medio*Contraste de Morgan, Granger y Newbold*

Si se prueba igualdad de varianzas del error de pronóstico, es equivalente a probar la igualdad de error cuadrático medio de pronóstico. Para corroborar esto, siguiendo a Melo y Castaño (1998) y Harvey, Leybourne y Newbold (1997) se puede probar si la correlación es cero entre $S_t = (e_t^1 + e_t^2)$ y $D_t = (e_t^1 - e_t^2)$, donde e_t^j son los errores de pronóstico del modelo j con $j=1,2$. Entonces, Granger y Newbold (1977) construyeron la siguiente estadística, partiendo del supuesto de que la distribución de los errores de pronóstico sea normal bivariada y también si éstos son insesgados y no autocorrelacionados,

$$S_2 = \left[\frac{(1-r^2)}{(n-1)} \right]^{-1/2} r \rightarrow t_{n-1}, \text{ donde } r = \left[\frac{\sum_{t=1}^T D_t^2 \sum_{t=1}^T S_t^2}{\sum_{t=1}^T D_t S_t} \right]^{-1/2}$$

Contraste de Diebold y Mariano

Bajo la hipótesis nula de igualdad en la bondad de los dos pronósticos, o que no hay una reducción significativa del error cuadrático medio, Diebold y Mariano (1995)

definen a $d_t = (e_t^1)^2 - (e_t^2)^2$, la media de d_t como $\bar{d} = \frac{\sum_{t=1}^n d_t}{n}$, y la varianza de \bar{d} la

aproximan a $V(\bar{d}) \approx (\gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^{h-1} \gamma_k) / n$, donde $\hat{\gamma}_k = n^{-1} \sum_{t=k+1}^n (d_t - \bar{d})(d_{t-k} - \bar{d})$, finalmente la

estadística de Diebold y Mariano es: $S_1 = \bar{d} / \sqrt{\hat{V}(\bar{d})} \rightarrow N(0,1)$

Contraste de Diebold y Mariano modificado (1997)

Harvey, Leybourne y Newbold (1997) proponen una modificación a la estadística de Diebold y Mariano, S_1 , haciendo uso de un estimador insesgado de la varianza de \bar{d} ,

$$S_1^* = \left[\frac{n+1-2h+n^{-1}h(h-1)}{n} \right]^{1/2} S_1$$

Donde h es igual al horizonte de pronóstico y se distribuye con una t con $n-1$ grados de libertad.

Anexo 5. Análisis de multiplicadores (*multiplier analysis*)³⁰

Supongamos que las series y_t y x_t son procesos estacionarios y que se tiene el siguiente modelo ARX (p,q):

$$y_t = \mu + \lambda_1 y_{t-1} + \lambda_2 y_{t-2} \dots + \lambda_p y_{t-p} + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} \dots + \beta_q x_{t-q} + \varepsilon_t \quad (1a)$$

Con μ una constante y $\{\varepsilon_t\}$ un proceso ruido blanco. Utilizando el operador de rezagos L (1) se puede expresar como:

$$(1 - \lambda_1 L - \lambda_2 L^2 \dots - \lambda_p L^p) y_t = \mu + (\beta_0 L^0 + \beta_1 L^1 + \beta_2 L^2 \dots + \beta_q L^q) x_t + \varepsilon_t \quad (2a)$$

Equivalentemente:

$$A(L) y_t = \mu + B(L) x_t + \varepsilon_t \quad (3a)$$

Donde $A(L) := 1 - \lambda_1 L - \lambda_2 L^2 \dots - \lambda_p L^p$ y $B(L) := \beta_0 L^0 + \beta_1 L^1 + \beta_2 L^2 \dots + \beta_q L^q$

Por lo tanto y_t se puede representar como:

$$y_t = A(L)^{-1} B(L) x_t + A(L)^{-1} (\mu + \varepsilon_t) \quad \text{ó} \\ y_t = H(L) x_t + A(L)^{-1} (\mu + \varepsilon_t) \quad (4a)$$

Donde $H(L) = A(L)^{-1} B(L) = \sum_{j=0}^{\infty} H_j L^j$. H_j representa el efecto sobre y_t de una unidad sobre x_t j periodos atrás. Los coeficientes H_j del polinomio $H(L)$ son los multiplicadores dinámicos.

Cada choque $H_j \xrightarrow{d} N(0, G_j \sum_{\beta\lambda} G_j')$.

³⁰ Tomado de Lutkepohl (1993) y Gourieroux y Monfort (1997). Adaptado para este caso.